

## АЛГОРИТМ МОРФОЛОГИЧЕСКОГО МЕТОДА ЭКСПЕРТНЫХ ОЦЕНОК ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ

Харченко Е. А.<sup>1</sup>, старший преподаватель, ✉ [elenakhaa@yandex.ru](mailto:elenakhaa@yandex.ru),  
[orcid.org/0000-0002-5082-4564](https://orcid.org/0000-0002-5082-4564)

<sup>1</sup>Московский политехнический университет, ул. Б. Семеновская, д. 38, 107023, Москва, Россия

### Аннотация

Приводится алгоритм одного из методов прогнозирования технико-экономических показателей объекта техники или образца промышленности в условиях неопределённости. Метод нацелен на поиск качественно устойчивых состояний анализируемой системы, его основными отличительными особенностями являются: возможность обработки результатов опроса экспертов при наличии количественных и качественных показателей, возможность принятия обоснованного решения при несогласованных ответах экспертов, возможность выбора решения без вычисления показателя эффективности и возможность оценки близости альтернативных решений. Обработка результатов опроса экспертов осуществляется с использованием дискретного вероятностного пространства, множеством элементарных событий которого является линейное пространство двоичных векторов. Каждому кортежу оценок показателей  $(x_1, x_2, \dots, x_N)$  инъективно ставится в соответствие вектор  $(y_1, y_2, \dots, y_L)$  введённого линейного пространства, где  $L \geq N$ . При этом области допустимых значений каждого показателя  $x_i$  ставится в соответствие своя группа последовательных битов в векторах этого пространства, где каждый бит представляет качественно однородную область значений показателя. Для возможности сравнения двух экспертных мнений в пространстве двоичных векторов определяется расстояние, которое принимается равным количеству качественно различных показателей в соответствующих кортежах экспертных оценок. Как следствие, за критерий качественной однородности двух кортежей экспертных оценок принимается равенство нулю расстояния между соответствующими двоичными векторами. По каждой области сгущения кортежей значений экспертных оценок строится альтернативный прогноз, он представляется усреднением значений каждого показателя в не противоречащих друг другу оценках экспертов. Выбор окончательного решения основывается на решении системы логических уравнений, представляющих совокупность областей согласованных экспертных оценок и ограничений на значения показателей. Для обоснования решения экспертам, которое его сформировали, предлагается объяснить свою точку зрения.

**Ключевые слова:** теория принятия решений, системный анализ, условия неопределённости, морфологический ящик, технико-экономические показатели.

**Цитирование:** Харченко Е. А. Алгоритм морфологического метода экспертных оценок для решения задачи прогнозирования // Компьютерные инструменты в образовании. 2023. № 2. С. 5–20. doi:10.32603/2071-2340-2023-2-5-20

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Перед выдачей заказа на проектирование объекта техники или образца промышленности, как правило, заказчиком в общих чертах разрабатывается концепция проектируемой системы, после чего производится прогнозирование её технико-экономических показателей (ТЭП). Технико-экономическими показателями системы является совокупность паспортных, стоимостных и иных параметров, приводимых в техническом задании на её проектирование. В общем случае эти показатели подразделяются на количественные (измеряемые в шкалах интервалов или отношений) и качественные (измеряемые в номинальных или ранговых шкалах).

В условиях отсутствия или неполноты информации о предметной области (то есть в условиях неопределённости) для решения задачи прогнозирования применимы методы экспертных оценок (и это их отличительная особенность). Ключевым понятием методов экспертных оценок (как части теории принятия решений) является понятие множества альтернативных вариантов решения задачи, или альтернатив. Большинство методов экспертных оценок — методы балльных оценок, попарных сравнений, последовательного предпочтения и др. — предназначены для оценки конечного множества альтернативных вариантов решения задачи, имеющего небольшое число элементов, легко обозримого каждым экспертом.

В задаче прогнозирования технико-экономических показателей альтернативным решением является комбинация (кортеж) значений этих показателей. При наличии среди показателей хотя бы одного количественного множество допустимых значений альтернатив содержит бесконечное число элементов (является множеством мощности континуума, если этот показатель является вещественным числом). Это не даёт возможности использовать для решения задачи прогнозирования распространённые методы экспертных оценок, обладающие сходными недостатками:

- невозможна или затруднена обработка результатов опроса экспертов при наличии одновременно как количественных, так и качественных показателей;
- невозможна или затруднена оценка близости двух произвольно взятых альтернативных решений;
- невозможен выбор окончательного решения без использования свёртки значений всех показателей решения в один показатель эффективности (при недостаточной изученности предметной области такое решение не может быть объективным);
- невозможно принятие обоснованного решения при несогласованных, противоречивых, ответах экспертов (пространство значений показателей реальной технической системы нелинейно).

Отдельно отметим, что зачастую методы экспертных оценок продуцируют отвлечённые результаты, тяжело поддающиеся интерпретации и неудобные для осознанного принятия решений на их основе.

В работах [1, 2] представлены математическая и физическая модели одного морфологического метода принятия логически обоснованных управленческих решений на основе экспертных суждений, в котором разрешены перечисленные выше проблемы. В настоящей же статье приводится алгоритмическая модель этой модификации морфологического метода экспертных оценок для решения задачи прогнозирования технико-экономических показателей, призванная упростить практическое применение метода.

## 2. НЕДОСТАТКИ ТИПОВЫХ МЕТОДОВ ЭКСПЕРТНЫХ ОЦЕНОК ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ТЭП

Несмотря на то, что методы экспертных оценок специально предназначены для принятия решений в условиях неопределённости или риска, большинство из них плохо приспособлены для решения задач прогнозирования технико-экономических показателей проектируемых систем.

Большая часть методов экспертных оценок позволяет оценить — прямым перебором — заранее сформулированные альтернативы. Но специфика прогнозирования технико-экономических показателей подразумевает большое число оцениваемых альтернатив, что делает более востребованными те методы экспертных оценок, которые позволяют сформировать и оценить небольшое число альтернатив. В настоящее время прогнозирование значений технико-экономических показателей с помощью методов экспертных оценок, если обобщать, основано на двух подходах [3–6].

В каждом из этих подходов экспертам перед проведением опроса доводятся ограничения на значения каждого показателя, наложенные заказчиком. Иными словами, перед проведением опроса экспертам сообщаются фактические области допустимых значений оцениваемых показателей. В ходе проведения опроса каждым экспертом осуществляется индивидуальная экспертная оценка:

- комбинации значений технико-экономических показателей проектируемого образца путём приписывания каждому показателю значения из его области допустимых значений;
- комбинации значений важностей (чаще всего в баллах) рассматриваемых показателей путём приписывания каждому показателю некоторого числа из ограниченного диапазона, характеризующего с точки зрения конкретного эксперта значимость данного показателя для успешного будущего использования проектируемого образца по предназначению (более важный показатель оценивается большим числом).

Обозначим искомые составляющие технико-экономических показателей через

$$x_1, x_2, \dots, x_j, \dots, x_n,$$

где  $n$  — число оцениваемых показателей. Пусть  $m$  — это число привлечённых экспертов. Тогда результатами проведения индивидуальных экспертных оценок показателей являются матрицы:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

и

$$B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{m1} & b_{m2} & \dots & b_{mn} \end{pmatrix},$$

где  $a_{ij}$  является оценкой  $i$ -ым экспертом значения  $j$ -ого показателя, а  $b_{ij}$  — оценкой  $i$ -ым экспертом значимости  $j$ -ого показателя.

При первом подходе после проведения опроса осуществляется усреднение индивидуальных экспертных оценок количественных показателей, которое заключается в искусственном введении вероятностного пространства. Каждому эксперту перед проведением опроса руководителями экспертизы явно или неявно присваивается определенный вес, отражающий, по мнению руководителей, компетентность эксперта в рассматриваемой предметной области. Явное присваивание веса мнению каждого эксперта в большинстве случаев заключается в приписывании ему целого числа из ограниченного диапазона. Например, экспертов могут ранжировать по компетенции: наименее компетентному присваивается вес 1, а наиболее компетентному — вес  $m$ .

Предположим, что экспертам присвоены веса

$$c_1, c_2, \dots, c_i, \dots, c_m,$$

тогда среднее значение  $j$ -ого показателя, рассчитанное по формуле

$$\bar{x}_j = \sum_{i=1}^m \frac{c_i}{\sum_{i=1}^m c_i} \cdot a_{ij}, \quad (1)$$

и является значением количественного показателя в окончательном решении. Это соответствует искусственно введённому распределению вероятностей, описываемому вариационным рядом в таблице 1. Тогда (1) можно интерпретировать как математическое ожидание псевдослучайной величины, задаваемой приведённым вариационным рядом.

**Таблица 1.** Удельные веса значений показателя

Оценки значений $j$ -ого показателя экспертами	$a_{1j}$	$a_{2j}$	...	$a_{mj}$
Псевдовероятности оценок $j$ -ого показателя	$\frac{c_1}{\sum_{i=1}^m c_i}$	$\frac{c_2}{\sum_{i=1}^m c_i}$	...	$\frac{c_m}{\sum_{i=1}^m c_i}$

Различные способы приписывания весов экспертам основываются больше на предположениях, чем на объективных измерениях их компетентности. Поэтому на практике зачастую всех экспертов считают равноправными, что соответствует неявному приписыванию весов экспертам.

Предположим, что

$$c_1 = c_2 = \dots = c_m = c,$$

тогда

$$\bar{x}_j = \sum_{i=1}^m \frac{c}{m \cdot c} \cdot a_{ij} = \frac{\sum_{i=1}^m a_{ij}}{m}. \quad (2)$$

Таким образом, при неявном приписывании весов экспертам формула расчёта среднего значения  $j$ -ого показателя (1) становится формулой расчёта среднего арифметического (2).

Значениями качественных показателей в окончательном решении обычно являются значения, наибольшее число раз названные в ходе опроса экспертов.

После вычисления средних значений количественных показателей производится свёртка значений различных показателей в один (чаще всего безразмерный) для оценки

эффективности решения поставленной задачи. Она может осуществляться различными способами, но наибольшее применение имеют аддитивная и мультипликативная свёртки.

Аддитивная свёртка производится по формуле

$$W = \sum_{j=1}^n U_j(\bar{b}_j) \cdot \bar{x}_j = U_1(\bar{b}_1) \cdot \bar{x}_1 + U_2(\bar{b}_2) \cdot \bar{x}_2 + \dots + U_n(\bar{b}_n) \cdot \bar{x}_n,$$

где  $W$  — эффективность решения задачи,  $\bar{x}_j$  — среднее значение  $j$ -ого показателя,  $\bar{b}_j$  — средняя оценка значимости  $j$ -ого показателя, а  $U_j(x_j)$  — функция, описывающая аддитивный вклад  $j$ -ого показателя в значение эффективности конкретного решения (показатель может быть самым важным, но обладать малым абсолютным значением, поэтому непосредственное суммирование произведений  $\bar{b}_j \cdot a_{ij}$  в общем случае лишено смысла).

Функция  $U_j(x_j)$  формируется до проведения опроса экспертов, исходя из сущности задачи, либо руководителями экспертизы совместно с заказчиком, либо являются предметом самостоятельного опроса экспертов.

Средняя оценка значимости  $j$ -ого показателя рассчитывается по формуле

$$\bar{b}_j = \sum_{i=1}^m \frac{c_i}{\sum_{i=1}^m c_i} \cdot b_{ij}, \quad (3)$$

где  $c_i$  — присвоенный  $i$ -ому эксперту вес и  $b_{ij}$  — оценка значимости  $i$ -ым экспертом  $j$ -ого показателя.

Мультипликативная свёртка показателей строится аналогично, но обобщающий показатель вычисляется по формуле

$$W = \prod_{j=1}^n \bar{x}_j^{U_j(\bar{b}_j)} = \bar{x}_1^{U_1(\bar{b}_1)} \cdot \bar{x}_2^{U_2(\bar{b}_2)} \cdot \dots \cdot \bar{x}_n^{U_n(\bar{b}_n)},$$

где  $U_j(x_j)$  — функция, описывающая мультипликативный вклад значения  $j$ -ого показателя в значение эффективности принимаемого решения. Мультипликативная свёртка с помощью логарифмирования может быть приведена к аддитивной и обладает сходными с ней свойствами. Поэтому далее будем рассматривать только аддитивную свёртку.

При втором подходе прогнозирования технико-экономических показателей с помощью методов экспертных оценок, в отличие от первого, не производится усреднение оценок значений показателей, данных различными экспертами. По формуле (3) вычисляется средняя оценка значимости  $j$ -ого показателя, после чего вычисляется эффективность решения, сформированного каждым экспертом:

$$W_i = \sum_{j=1}^n U_j(\bar{b}_j) \cdot a_{ij} = U_1(\bar{b}_1) \cdot a_{i1} + U_2(\bar{b}_2) \cdot a_{i2} + \dots + U_n(\bar{b}_n) \cdot a_{in},$$

где  $W_i$  — сформированное  $i$ -ым экспертом значение эффективности решения,  $a_{ij}$  — оценка  $i$ -ым экспертом значения  $j$ -ого показателя,  $\bar{b}_j$  — средняя оценка значимости  $j$ -ого показателя, а  $U_j(x_j)$  — функция, описывающая аддитивный вклад  $j$ -ого показателя в значение эффективности конкретного решения.

В качестве окончательного решения принимается та комбинация значений технико-экономических показателей образца, которая обладает максимальным значением показателя эффективности. Функции  $U_j(x_j)$  могут быть определены для любых показателей,

поэтому при получении окончательного решения используются оценки всех показателей — не только количественных, но и качественных.

Оба способа прогнозирования технико-экономических показателей с помощью методов экспертных оценок обладают сходными недостатками. В первом способе невозможно, а во втором затруднена, обработка результатов опроса экспертов при наличии в составе показателей одновременно количественных и качественных составляющих. В обоих способах прогнозирования отсутствует возможность оценить близость двух произвольно взятых альтернативных решений (положение осложняется наличием в составе показателей как количественных, так и качественных составляющих). Также отметим, что выбор окончательного решения на основе расчёта эффективности каждой альтернативы не может быть объективным при недостаточной изученности предметной области. И в обоих способах не обеспечена возможность принятия решения при несогласованных ответах экспертов: оба базируются на неявном предположении о согласованности экспертных оценок.

Под согласованными экспертными оценками будем понимать такую совокупность экспертных оценок, в которой гистограмма (статистическая плотность распределения) каждого количественного показателя имеет единственную вершину (пик). Такие распределения называются одномодальными. Несогласованность оценок экспертов (многомодальность гистограммы хотя бы одного количественного показателя) говорит о существовании нескольких различных точек сгущения соответствующего показателя, то есть о наличии нескольких различных точек сгущения альтернативных вариантов решения задачи.

Принятие решения в таких условиях на основе дежурного вычисления средних значений показателей лишено практического смысла, поскольку каждая точка сгущения альтернативных решений (и соответствующая ей область согласованных оценок, то есть область альтернативных решений, внутри которой распределение значений каждого количественного показателя имеет единственную вершину) обладает своей качественной определённой, то есть своей совокупностью причин, определяющих значения её составляющих. Решение, составляющими которого являются средние значения соответствующих показателей, может не попасть ни в одну из областей согласованных оценок.

Например, компьютеры различных классов могут описываться одним набором показателей: быстродействием, производительностью, потребляемой мощностью, надёжностью, стоимостью и др. Однако в каждом классе значения этих показателей группируются вокруг некоторых средних (у каждого класса компьютеров существует свой набор средних значений показателей), которые в данном примере и являются точками сгущения показателей. В этом случае усреднённые значения количественных показателей, без учёта принадлежности конкретным классам, не реалистичны.

### **3. АЛГОРИТМ МОРФОЛОГИЧЕСКОГО МЕТОДА ЭКСПЕРТНЫХ ОЦЕНОК ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ТЭП**

Предлагаемая модель принятия решений является универсальной модификацией метода морфологического анализа, разработанного в первой половине прошлого века швейцарским астрофизиком Фрицем Цвикки. Сущность метода состоит в разделении проблемы на составные части так, что для каждого компонента возможно несколько вариантов решения, а каждое общее решение образуется как комбинация решений всех компонентов [7].

На рисунках 1 и 2 приведена структурная схема алгоритма разработанного морфологического метода экспертных оценок [1].

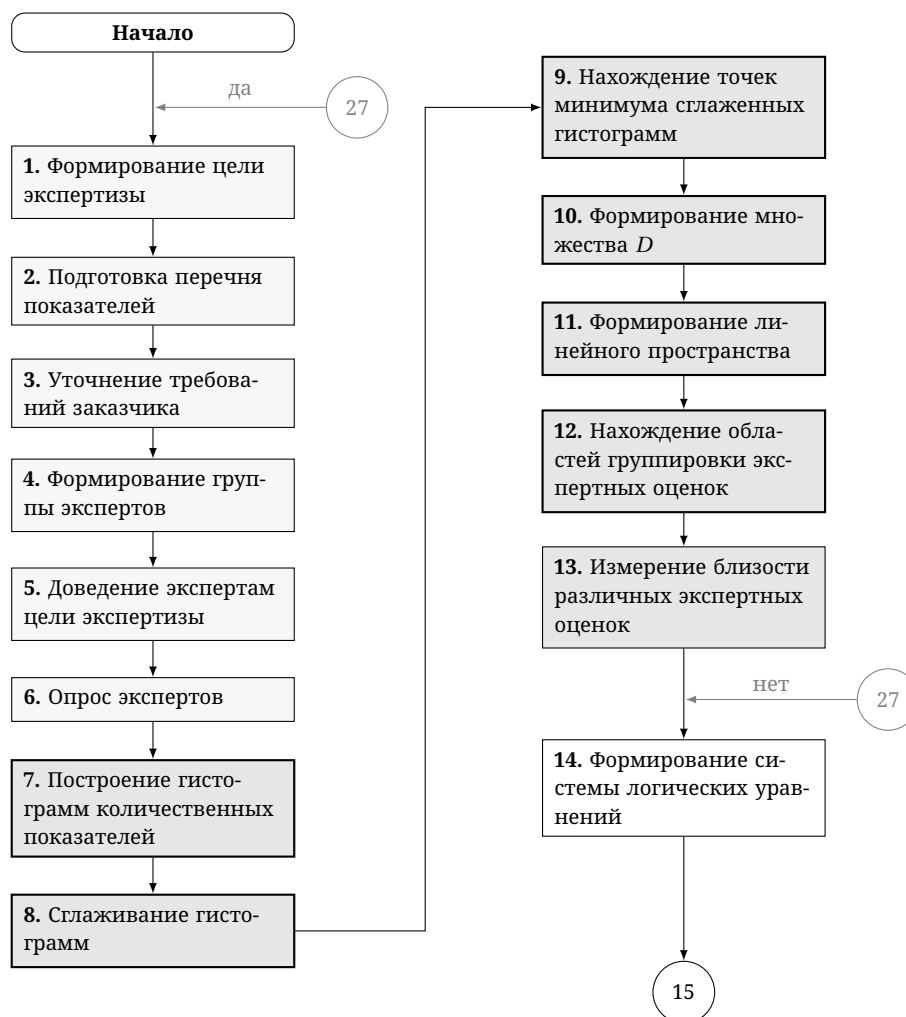


Рис. 1. Первая часть структурной схемы процесса принятия решения

Начальные этапы метода (блоки 1–6), включая опрос экспертов, состоят из стандартной для аналогичных методов последовательности действий:

- формулировка цели экспертизы (блок 1) — определение совместно с заказчиком функционального предназначения проектируемого образца и неформальных критериев сравнения его альтернативных вариантов;
- подготовка перечня показателей (блок 2) — составление перечня параметров образца (то есть перечня количественных и качественных переменных, значениями которых описывается применение проектируемого образца по предназначению) и его стоимостных характеристик;
- уточнение требований заказчика (блок 3) — запись в виде системы равенств и неравенств ограничений на области допустимых значений различных показателей, то есть требований к использованию образца по предназначению;
- формирование группы экспертов (блок 4) — особенностью метода является отсутствие жёстких требований к качественному составу экспертов (недостаточно ком-

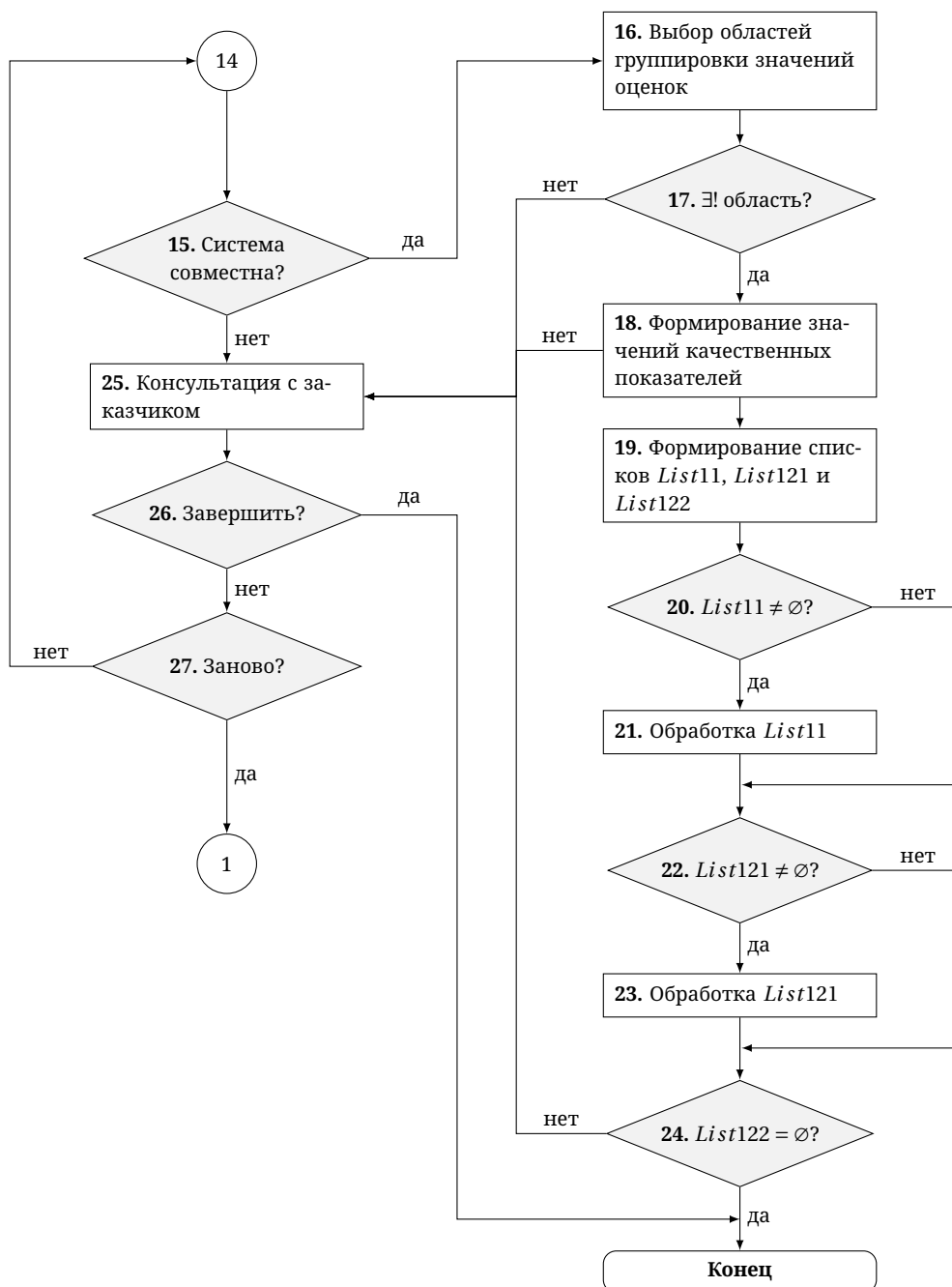


Рис. 2. Вторая часть структурной схемы процесса принятия решения

патентные выявляются автоматически): необходимо привлечение не менее сорока экспертов (иначе невозможно построение гистограмм на основе их оценок), также желательно привлечение представителей всех научных школ и всех категорий специалистов (теоретиков и практиков);

- доведение экспертам цели экспертизы (блок 5) — доведение экспертам функционального предназначения проектируемого образца и неформальных критериев сравнения его альтернативных вариантов;



— опрос экспертов (блок 6) — индивидуальная оценка каждым экспертом значений каждого рассматриваемого показателя проектируемого образца.

Далее (в блоках 7–9) осуществляется построение статистических плотностей распределения (гистограмм) количественных показателей, их сглаживание и нахождение их точек минимума, после чего (в блоке 10) производится формирование множества  $D$ , элементами которого являются подмножества разбиения области допустимых значений альтернативных решений:

$$D = D_1 \times D_2 \times \dots \times D_j \times \dots \times D_N,$$

$$D_j = \{X_{1j}, X_{2j}, \dots, X_{\alpha j}, \dots, X_{k_j j}\},$$

здесь  $N$  — общее число показателей (качественных и количественных),  $k_j$  — число качественно однородных областей  $j$ -ого показателя, а  $X_{\alpha j}$  — одно из качественно однородных подмножеств множества допустимых значений  $j$ -ого показателя. В каждом из этих подмножеств: либо вообще не содержится ни одной комбинации значений оцениваемых показателей; либо содержатся только такие комбинации значений показателей, у которых значения одноименных качественных показателей равны, а значения каждого количественного показателя принадлежат одному и тому же подмножеству разбиения области допустимых значений этого показателя, то есть принадлежат одной и той же вершине сглаженной статистической плотности распределения этого показателя.

Затем в блоке 11 производится формирование линейного пространства двоичных векторов  $Y$  размерности

$$L = k_1 + k_2 + \dots + k_N.$$

Каждому кортежу оценок показателей  $(x_1, x_2, \dots, x_N)$  ставится в соответствие свой двоичный вектор  $(y_1, y_2, \dots, y_L)$  так, что области допустимых значений каждого показателя  $x_j$  соответствует своя группа составляющих двоичных векторов. Так, в пространстве  $Y$  часть векторов биективно соответствует элементам множества  $D$  (формальным критерием этого является существование единственной единицы в группе разрядов, соответствующей каждому из рассматриваемых показателей).

Нахождение областей группировки экспертных оценок (блок 12) осуществляется в следующем порядке. Сначала векторам введённого линейного пространства приписываются вероятности по следующему правилу: векторам, которым не соответствуют элементы множества  $D$ , приписывается нулевая вероятность; векторам, которым соответствуют элементы множества  $D$ , приписывается вероятность, равная отношению числа экспертов, чьи оценки принадлежат этому элементу множества  $D$ , к общему числу экспертов. Далее вектора линейного пространства упорядочиваются в соответствии с убыванием их вероятностей. Затем из упорядоченной совокупности векторов выбираются те первые из них, чьи вероятности в сумме превышают 0,89.

В блоке 13 производится измерение близости друг к другу двух различных интересующих заказчика экспертных оценок (либо областей сгущения различных экспертных оценок) путём вычисления числа показателей, которые оценены качественно различными значениями (принадлежащими различным подмножествам разбиения своей области допустимых значений):

$$\rho(y_1, y_2) = \rho_{\text{ham}}(y_1, y_2)/2,$$

где  $\rho_{\text{ham}}$  — расстояние Хемминга между двумя (условно первым и вторым) двоичными векторами, которые соответствуют сравниваемым элементам множества  $D$ . Такая характеристика естественна для восприятия человеком и может служить объективным основанием принимаемых решений.

В блоке 14 с помощью логических соотношений над введёнными двоичными переменными  $y_i$  осуществляется формирование системы логических уравнений, соответствующих формализованным требованиям заказчика (полученным в блоке 3 результатам). Каждое требование представляет собой ограничение значений одного конкретного показателя, либо ограничение значений одновременно нескольких показателей или разных областей значений одного показателя. Далее (в блоке 15) проверяется непротиворечивость (совместность) полученной системы логических уравнений: система приводится к виду, в котором правые части всех уравнений равны 1, после чего составляется конъюнкция левых частей — если после упрощения она тождественно не равна 0, то система непротиворечива.

Если система оказывается противоречивой (то есть не имеющей решения), то необходима консультация с заказчиком с целью ослабления его требований. Если система оказывается непротиворечивой, то в блоке 16 производится подстановка кортежей двоичных переменных  $y_i$  (соответствующих найденным в блоке 12 областям группировки экспертных оценок) в систему логических уравнений и отбираются те кортежи двоичных переменных, которые удовлетворяют системе (то есть выбираются те области группировки экспертных оценок, которые удовлетворяют требованиям заказчика).

Если не существует кортежа двоичных переменных, удовлетворяющих системе уравнений, либо число таких наборов больше одного, то необходима консультация с заказчиком, чтобы: в первом случае — ослабить его требования; во втором случае — усилить их. Если существует единственный кортеж двоичных переменных, удовлетворяющих системе уравнений, то в блоке 18 производится формирование значений качественных показателей, которые берутся равными постоянным значениям этих показателей внутри полученной области сгущения экспертных оценок.

В блоке 19 из количественных показателей составляются следующие списки:

- *List1* — список количественных показателей, для которых

$$X_{\alpha j}^* \cap X_j^{**} \neq \emptyset,$$

где  $X_{\alpha j}^*$  — подмножество области допустимых значений количественного показателя  $x_j$ , определяемое выбранной областью сгущения экспертных оценок, а  $X_j^{**}$  — подмножество области допустимых значений показателя  $x_j$ , определяемое требованиями (ограничениями) заказчика;

- *List11* — список количественных показателей, для которых

$$X_{\alpha j}^* \subseteq X_j^{**};$$

- *List12* — список количественных показателей, для которых

$$X_{\alpha j}^* \not\subseteq X_j^{**};$$

- *List121* — список количественных показателей, для которых

$$\bar{x}_{\alpha j} \in X_j^{**},$$

где  $\bar{x}_{\alpha j}$  — условное математическое ожидание количественного показателя  $x_j$ , вычисленное при условии принадлежности экспертных оценок выбранной их области сгущения;

- *List122* — список количественных показателей, для которых

$$\bar{x}_{\alpha j} \notin X_j^{**}.$$

Если рассматривать эти списки показателей как подмножества, то будут выполнены следующие соотношения:

$$\begin{aligned} List1 &= List11 \cup List12, \\ List11 \cap List12 &= \emptyset, \\ List12 &= List121 \cup List122, \\ List121 \cap List122 &= \emptyset. \end{aligned}$$

Если список  $List11$  не пуст, то для его элементов вычисляются (блок 21):  $\bar{x}_{\alpha j}$  — условное математическое ожидание количественного показателя  $x_j$ , вычисленное при условии попадания экспертной оценки в выбранную область сгущения этих оценок;  $\sigma_{\alpha j}$  — условное среднее квадратическое отклонение, вычисленное при тех же условиях. Прогнозируемое значение количественного показателя  $x_j$  (если он входит в  $List11$ ) полагается равным

$$x_j^* = \bar{x}_{\alpha j}.$$

Возможное отклонение значения этого показателя у спроектированного образца от прогнозируемого определяется интервалом

$$x_j \in (\bar{x}_{\alpha j} - 3\sigma_{\alpha j}, \bar{x}_{\alpha j} + 3\sigma_{\alpha j}).$$

Если список  $List121$  не пуст, то для его элементов вычисляются (блок 23):  $\bar{x}_{\alpha j}$  — условное математическое ожидание количественного показателя  $x_j$ , вычисленное при условии принадлежности экспертных оценок выбранной области сгущения этих оценок;  $\sigma_{\alpha j}$  — условное среднее квадратическое отклонение количественного показателя  $x_j$ , вычисленное при тех же условиях. Прогнозируемое значение количественного показателя  $x_j$  (если он входит в  $List121$ ) полагается равным  $x_j^* = \bar{x}_{\alpha j}$ , причем возможное отклонение значения этого показателя у спроектированного образца от прогнозируемого определяется соотношением

$$x_j \in (\bar{x}_{\alpha j} - 3\sigma_{\alpha j}, \bar{x}_{\alpha j} + 3\sigma_{\alpha j}) \cap X_j^{**},$$

где  $X_j^{**}$  — подмножество области допустимых значений показателя  $x_j$ , определяемое требованиями (ограничениями) заказчика.

Далее, если список  $List122$  не пуст, что соответствует наличию количественного показателя, для которого условное математическое ожидание  $\bar{x}_{\alpha j}$  (вычисленное при условии принадлежности экспертных оценок выбранной области сгущения) не принадлежит области его допустимых значений ( $\bar{x}_{\alpha j} \notin X_j^{**}$ ), вытекающих из ограничений заказчика, то необходима консультация с заказчиком (рис. 3).

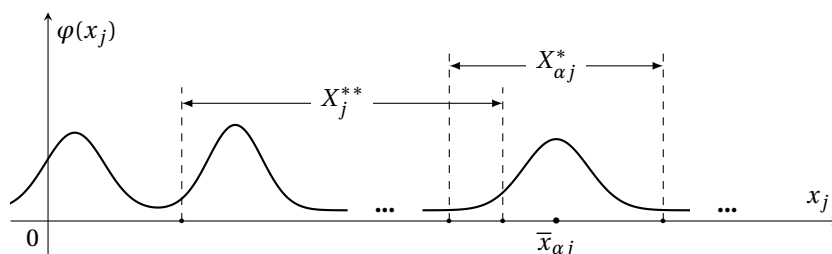


Рис. 3. Общий вид плотности распределения количественного показателя

Во время консультации с заказчиком (блок 25):

- либо корректируются его требования, после чего управление передается блоку 14 (для формирования новой системы логических уравнений);
- либо формируются прогнозируемые значения тех количественных показателей, для которых  $\bar{x}_{\alpha j} \notin X_j^{**}$ ;
- либо принимается решение о повторном проведении экспертизы (возможно уже с другим набором экспертов);
- либо принимается решение о прекращении прогнозирования в данный момент.

При анализе многосложной системы технико-экономические показатели целесообразно разбивать на три последовательные группы (блок 2), где значения первой группы описывают применение системы по функциональному предназначению, показатели второй группы носят технический характер, третью группу составляют экономические показатели. Эксперты в этом случае также разбиваются на три группы, а их опрос проводится в три этапа (блок 6).

Сначала первая группа экспертов оценивает значения показателей первой группы: каждый из экспертов строит один кортеж значений показателей первой группы. Затем вторая группа экспертов оценивает значения показателей второй группы: каждый из экспертов строит свой кортеж значений показателей второй группы для каждого кортежа, построенного на первом этапе. Потом третья группа экспертов оценивает значения показателей третьей группы: каждый из экспертов строит свой кортеж для каждого расширенного кортежа, полученного в конце второго этапа. Таким образом, каждый составной кортеж  $(x_1, x_2, \dots, x_N)$  формируется «коллективным экспертом», и объём выборки равен:

$$M = M_1 \cdot M_2 \cdot M_3,$$

где  $M_1$ ,  $M_2$  и  $M_3$  — количество экспертов в первой, второй и третьей группах соответственно.

Формирование групп экспертов следует производить с учётом необходимости обеспечения объёма выборки для построения гистограмм и резкого возрастания объёма работы экспертов второй и третьей групп относительно первой и второй соответственно. Допустимо, чтобы экспертов второй и третьей групп было значительно меньше, чем первой, а также, чтобы эксперты второй и третьей групп оценивали свои показатели не для каждого кортежа, полученного на предыдущем этапе, а только для части из них.

#### 4. ИЛЛЮСТРАЦИЯ К ПРИМЕНЕНИЮ МОРФОЛОГИЧЕСКОГО МЕТОДА ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ТЭП

Приведём графическую иллюстрацию применения разработанного механизма принятия решений. Пусть 50 экспертов оценивают объект, оптимально соответствующий поставленным требованиям и описываемый двумя количественными показателями ( $x_1$  и  $x_2$ , рис. 4). Примем также, что заказчик потребовал выполнения условия:

$$x_1 \geq a.$$

Область допустимых значений альтернативных решений  $D$  формируется как декартово произведение множества качественно однородных областей значений показателя  $x_1$  и множества качественно однородных областей значений показателя  $x_2$ :

$$D = D_1 \times D_2 = \{X_{11}, X_{21}\} \times \{X_{12}, X_{22}\},$$

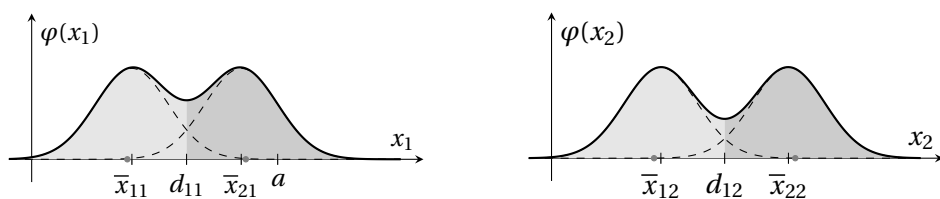


Рис. 4. Качественно однородные области количественных показателей

где

$$X_{11} = \{x_1 \mid x_1 \in [-\infty, d_{11}]\},$$

$$X_{21} = \{x_1 \mid x_1 \in (d_{11}, +\infty)\},$$

$$X_{12} = \{x_2 \mid x_2 \in [-\infty, d_{12}]\},$$

$$X_{22} = \{x_2 \mid x_2 \in (d_{12}, +\infty)\}.$$

Причём каждая качественно однородная область каждого показателя представляется вычисленным условным средним значением принадлежащих ей оценок экспертов, и её границы уточняются по правилу трёх сигм на основе вычисленного условного среднего квадратического отклонения (вычисленные значения приближённо равны истинным).

Линейное пространство двоичных векторов здесь имеет размерность 4: первый бит каждого вектора отождествляется с областью  $X_{11}$ , второй бит — с областью  $X_{21}$ , третий бит — с областью  $X_{12}$ , четвертый бит — с областью  $X_{22}$ . Возможных согласованных оценок экспертов всего четыре, их двоичные эквиваленты представлены в таблице 2 (для определённости зададим их частотности). Предварительно полученные двоичные вектора (элементарные события) упорядочиваются в соответствии с убыванием их вероятностей.

Таблица 2. Упорядоченные согласованные оценки экспертов

$\xi$	$(y_1, y_2, y_3, y_4) \sim (X_{11}, X_{21}, X_{12}, X_{22})$	$P_\xi$
1	(1, 0, 1, 0)	0,45
2	(0, 1, 0, 1)	0,45
3	(0, 1, 1, 0)	0,05
4	(1, 0, 0, 1)	0,05

Вводится случайная величина  $\xi$ , значения которой равны номерам элементарных событий в полученном упорядоченном ряду, а вероятности — вероятностям соответствующих элементарных событий. На основании неравенства Чебышёва отбираются альтернативные решения, соответствующие здесь  $\xi = 1$  и  $\xi = 2$ :

$$1 \leq \xi \leq \lfloor \bar{\xi} + 3\sigma_\xi \rfloor.$$

Выбор окончательного решения с учётом требований заказчика осуществляется решением следующей системы логических уравнений:

$$\begin{cases} y_1 \bar{y}_2 y_3 \bar{y}_4 \vee \bar{y}_1 y_2 \bar{y}_3 y_4 = 1, \\ y_2 = 1. \end{cases}$$

Таким образом, окончательное решение задачи прогнозирования комбинации значений технико-экономических показателей заключается в сужении интервалов допустимых значений показателей вместе с исключением из них запрещённых заказчиком значений:

$$x_1 \in (\bar{x}_{21} - 3\sigma_{21}, \bar{x}_{21} + 3\sigma_{21}),$$

$$x_2 \in (\bar{x}_{22} - 3\sigma_{22}, \bar{x}_{22} + 3\sigma_{22}).$$

По существу, в блоке 11 строится так называемый морфологический ящик (то есть многомерное пространство, каждое измерение которого представляется одним параметром): каждое отделение ящика либо содержит ровно одно возможное решение задачи, либо не содержит ни одного решения.

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результатом работы является выработка новых практических рекомендаций по повышению эффективности управленческих решений. В статье формализован и наглядно представлен порядок применения морфологического метода прогнозирования технико-экономических показателей сложной системы в условиях неопределённости [1]. Основанный на базовых понятиях линейной алгебры, статистики, теории вероятностей и логики он сводится к поиску качественно устойчивых состояний анализируемой системы (но не к максимизации или минимизации целевой функции). Каждое потенциальное решение здесь ассоциируется с группой сформировавших его экспертов, поэтому обоснование решения также может подкрепляться выяснением причин, повлиявших на мнение экспертов.

Одним из существенных для практического применения свойств метода является простота интерпретации генерируемого результата лицом, принимающим решение: доступны пониманию алгоритм выработки решения, структура решения и мера близости решений. Кроме того, выделенные блоки 7–13 легко адаптируются для решения таких самостоятельных задач машинного обучения, как кластеризация многомерных данных смешанного типа и обнаружение в них аномалий [8], что обеспечивает дополнительные возможности для изучения состава и структуры решения. Также важно, что перенесённый на программный код алгоритм метода имеет линейную временную сложность (за счёт того, что явно не учитываются корреляционные взаимосвязи между значениями признаков).

Сама идея морфологического ящика давно эксплуатируется при решении разнообразных изобретательских задач, и предложенный алгоритм ранее разработанного метода [1] представляется перспективным для целей поддержки принятия решений задач стратегического планирования и управления в условиях рыночной экономики.

## Список литературы

1. Харченко Е. А. Морфологический подход к принятию обоснованных решений по экспертным суждениям // Вестник ТвГУ. Серия: Прикладная математика. 2019. № 2. С. 42–56. doi:10.26456/vtrmk531
2. Харченко Е. А. Общая механическая модель экспертных оценок // Современные тенденции развития науки и образования: теория и практика. 2019. Т. 4. С. 366–371.
3. Чугунов А. В. Теория электронных вычислительных машин и вычислительных систем. М.: Министерство обороны СССР, 1990. 487 с.

4. Михалева О. А. Математическое и программное обеспечение обработки результатов группового оценивания для управления сетевой экспертизой в распределенной среде. Брянск: Брянский государственный технический университет, 2020. 153 с.
5. Бурков Е. А. Методы и алгоритмы анализа и агрегирования групповых экспертных оценок. СПб.: СПбГЭТУ (ЛЭТИ), 2011. 189 с.
6. Гамбаров Г. М., Журавель Н. М., Королев Ю. Г. Статистическое моделирование и прогнозирование. М.: Финансы и статистика, 1990. 383 с.
7. Бестужев-Лада И. В. Рабочая книга по прогнозированию. М.: Мысль, 1982. 430 с.
8. Харченко Е. А. Морфологический подход к выявлению аномалий в многомерных данных // Математика: теоретические и прикладные исследования. 2022. С. 194–198.

Поступила в редакцию 19.03.2023, окончательный вариант — 02.06.2023.

**Харченко Елена Алексеевна, старший преподаватель кафедры инфокогнитивных технологий факультета информационных технологий Московского политехнического университета, ✉ [elenakhaa@yandex.ru](mailto:elenakhaa@yandex.ru)**

---

Computer tools in education, 2023

№ 2: 5–20

<http://cte.eltech.ru>

[doi:10.32603/2071-2340-2023-2-5-20](https://doi.org/10.32603/2071-2340-2023-2-5-20)

## **Algorithm of the Morphological Method of Expert Estimates for Solving the Forecasting Problem**

Kharchenko E. A., Senior Lecturer, ✉ [elenakhaa@yandex.ru](mailto:elenakhaa@yandex.ru), [orcid.org/0000-0002-5082-4564](https://orcid.org/0000-0002-5082-4564)

<sup>1</sup>Moscow Polytechnic University, 38, B. Semenovskaya str. 107023, Moscow, Russia

### **Abstract**

The algorithm of one of the methods of forecasting the technical and economic indicators of an object of equipment or a sample of industry under conditions of uncertainty is given. The method is aimed at finding qualitatively stable states of the analyzed system. The main distinctive features of the method are: the ability to process the results of a survey of experts in the presence of quantitative and qualitative indicators, the possibility of making an informed decision with inconsistent answers from experts, the ability to choose a solution without calculating the efficiency indicator and the ability to assess the proximity of alternative solutions. The results of the expert survey are processed using a discrete probability space, the set of elementary events of which is a linear space of binary vectors. For each tuple of indicator estimates  $(x_1, x_2, \dots, x_N)$  injectively corresponds to a vector  $(y_1, y_2, \dots, y_L)$  of the introduced linear space, where  $L \geq N$ . At the same time, the range of acceptable values of each indicator  $x_i$  corresponds to its own group of consecutive bits in the vectors of this space, where each bit represents a qualitatively homogeneous range of values of the indicator. To be able to compare two expert opinions in the space of binary vectors, the distance is determined, which is assumed to be equal to the number of qualitatively different indicators in the corresponding tuples of expert assessments. As a consequence, the criterion of qualitative homogeneity of two tuples of expert assessments is assumed to be the equality of the distance between the corresponding binary vectors

to zero. An alternative forecast is made for each area of condensation of tuples of expert estimates. It is represented by averaging the values of each indicator in expert assessments that do not contradict each other. The choice of the final solution is based on the solution of a system of logical equations representing a set of areas of agreed expert assessments and restrictions on the values of indicators. In order to justify the decision, the experts who formed it are invited to explain their point of view.

**Keywords:** *decision theory, system analysis, uncertainty conditions, expert assessments, morphological box, technical and economic indicators.*

**Citation:** E. A. Kharchenko, "Algorithm of the Morphological Method of Expert Estimates for Solving the Forecasting Problem," *Computer tools in education*, no. 2, pp. 5–20, 2023 (in Russian); doi:10.32603/2071-2340-2023-2-5-20

## References

1. E. A. Kharchenko, "The morphological approach to making reasonable decisions based on expert judgements," *Vestnik TvGU. Seriya: Prikladnaya Matematika*, no. 2, pp. 42–56, 2019 (in Russian); doi: 10.26456/vtprm531
2. E. A. Kharchenko, "The general mechanical model of expert assessment methods," in *Sovremennye Tendencii Razvitiya Nauki i Obrazovaniya: Teoriya i Praktika*, vol. 4, pp. 366–371, 2019 (in Russian).
3. A. V. Chugunov, *Teoriya Elektronnyh Vychislitel'nyh Mashin i Vychislitel'nyh Sistem* [Theory of Electronic Computers and Computing Systems], Moscow: Ministry of Defense of the USSR, 1990 (in Russian).
4. O. A. Mikhaleva, *Matematicheskoe i Programmnoe Obespechenie Obrabotki Rezul'tatov Gruppovogo Ocenivaniya dlya Upravleniya Setevoy Ekspertizoj v Raspredelelennoj Srede* [Mathematical and Software for Processing Group Evaluation Results for Network Expertise Management in a Distributed Environment], Bryansk, Russia: Bryanskii gosudarstvennyi tekhnicheskii universitet, 2020 (in Russian).
5. E. A. Burkov, *Metody i Algoritmy Analiza i Agregirovaniya Gruppovyh Ekspertnyh Ocenok* [Methods and Algorithms for Analysis and Aggregation of Group Expert Evaluations], Saint Petersburg, Russia: Saint Petersburg Electrotechnical University, 2011 (in Russian).
6. G. M. Gambarov, N. M. Zhuravel, and Yu. G. Korolev, *Statisticheskoe Modelirovanie i Prognozirovaniye* [Statistical Modeling & Forecasting], Moscow: Ministry of Defense of the USSR, 1990 (in Russian).
7. I. V. Bestuzhev-Lada, *Rabochaya kniga po prognozirovaniyu* [Forecasting workbook], Moscow: Mysl', 1982 (in Russian).
8. E. A. Kharchenko, "Morphological Approach to Anomaly Detection in Multidimensional Data," in *Matematika: teoreticheskie i prikladnye issledovaniya*, Moscow: Moskovskii Politekh, pp. 194–198, 2022 (in Russian).

*Received 19-03-2023, the final version — 02-06-2023.*

**Elena Kharchenko, Senior Lecturer of the Department of Infocognitive Technologies, Moscow Polytechnic University, ✉ [elenakhaa@yandex.ru](mailto:elenakhaa@yandex.ru)**